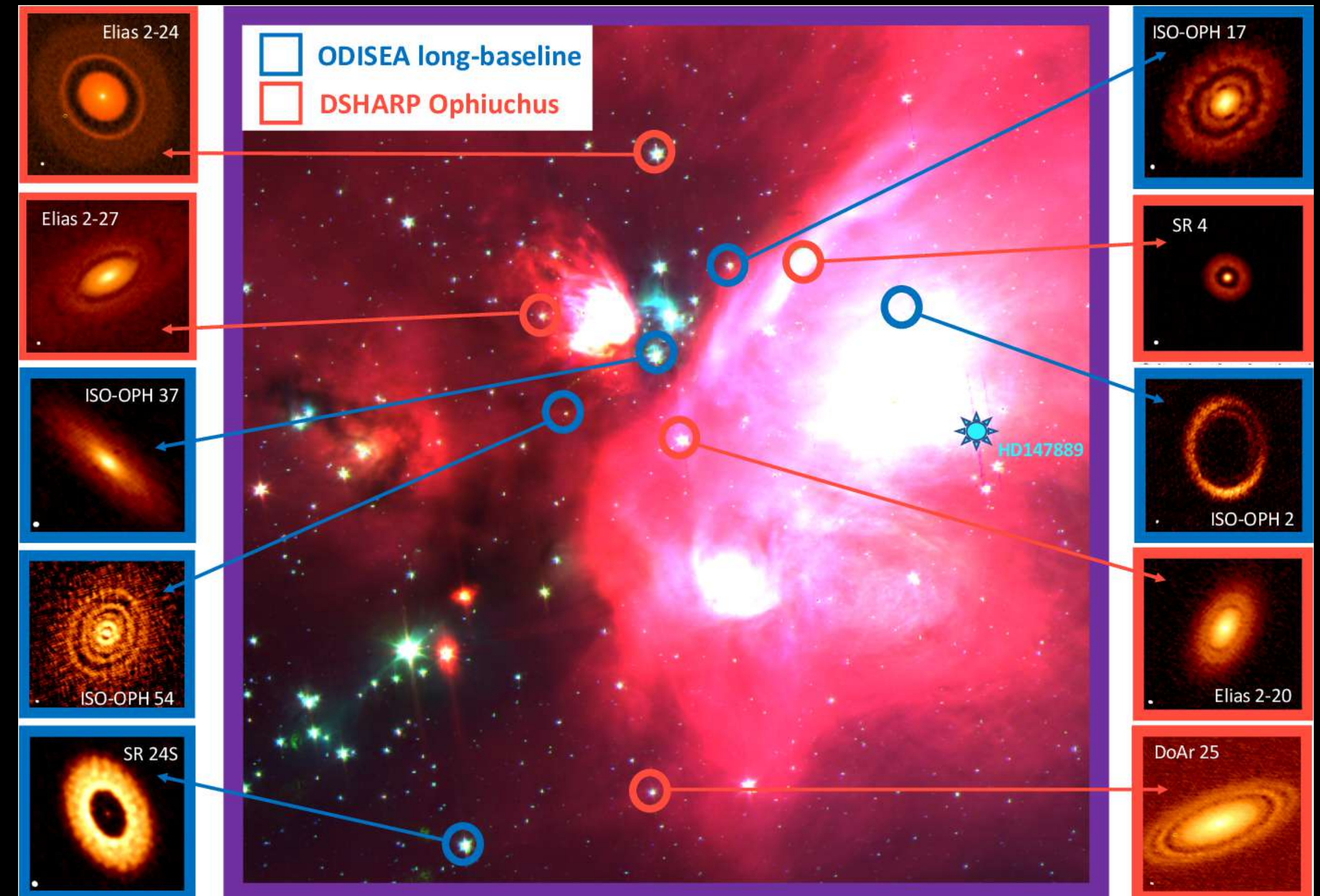


Evolución de Discos Protoplanetarios

Evolución del disco

- Motivación: Si bien los discos son abundantes en regiones de formación estelar jóvenes, en regiones de mayor edad (50-60 Myr?) casi no hay. Eso significa que los discos tienen una evolución.
- Caso del disco plano (geoméricamente delgado):
$$l = rv_{\phi} = \sqrt{GMr}$$
- L aumenta con R. Para que el gas sea acertado por la estrella, **necesita perder L.**



Evolución del disco

- Motivación: Si bien los discos son abundantes en regiones de formación estelar jóvenes, en regiones de mayor edad (50-60 Myr?) casi no hay. Eso significa que los discos tienen una evolución.
- Caso del disco plano (geoméricamente delgado):
$$l = rv_{\phi} = \sqrt{GMr}$$
- L aumenta con R. Para que el gas sea acertado por la estrella, **necesita perder L.**



Evolución del disco

- Motivación: Si bien los discos son abundantes en regiones de formación estelar jóvenes, en regiones de mayor edad (50-60 Myr?) casi no hay. Eso significa que los discos tienen una evolución.
- Caso del disco plano (geoméricamente delgado):
$$l = rv_{\phi} = \sqrt{GMr}$$
- L aumenta con R . Para que el gas sea acreado por la estrella, **necesita perder L** .

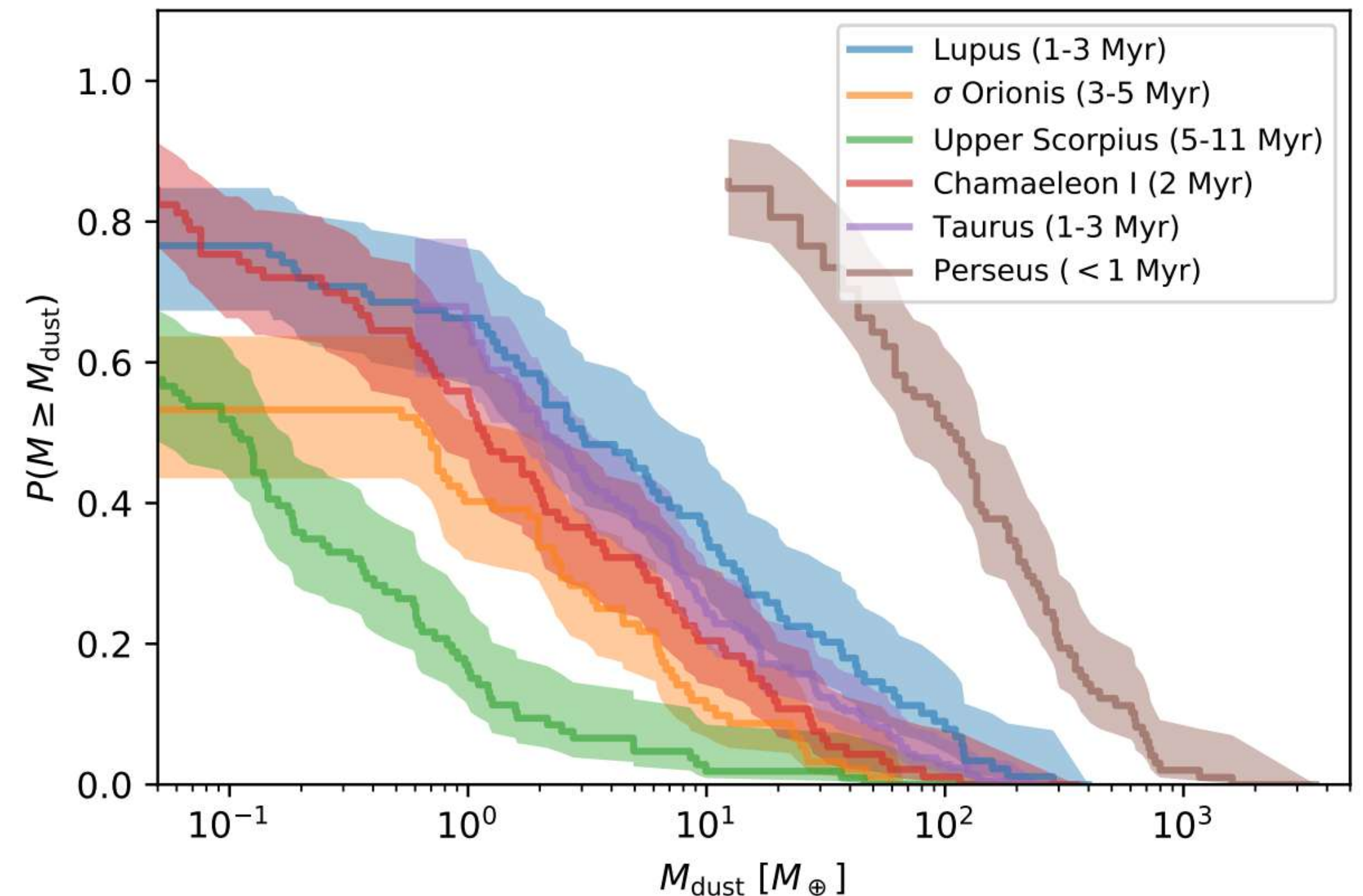
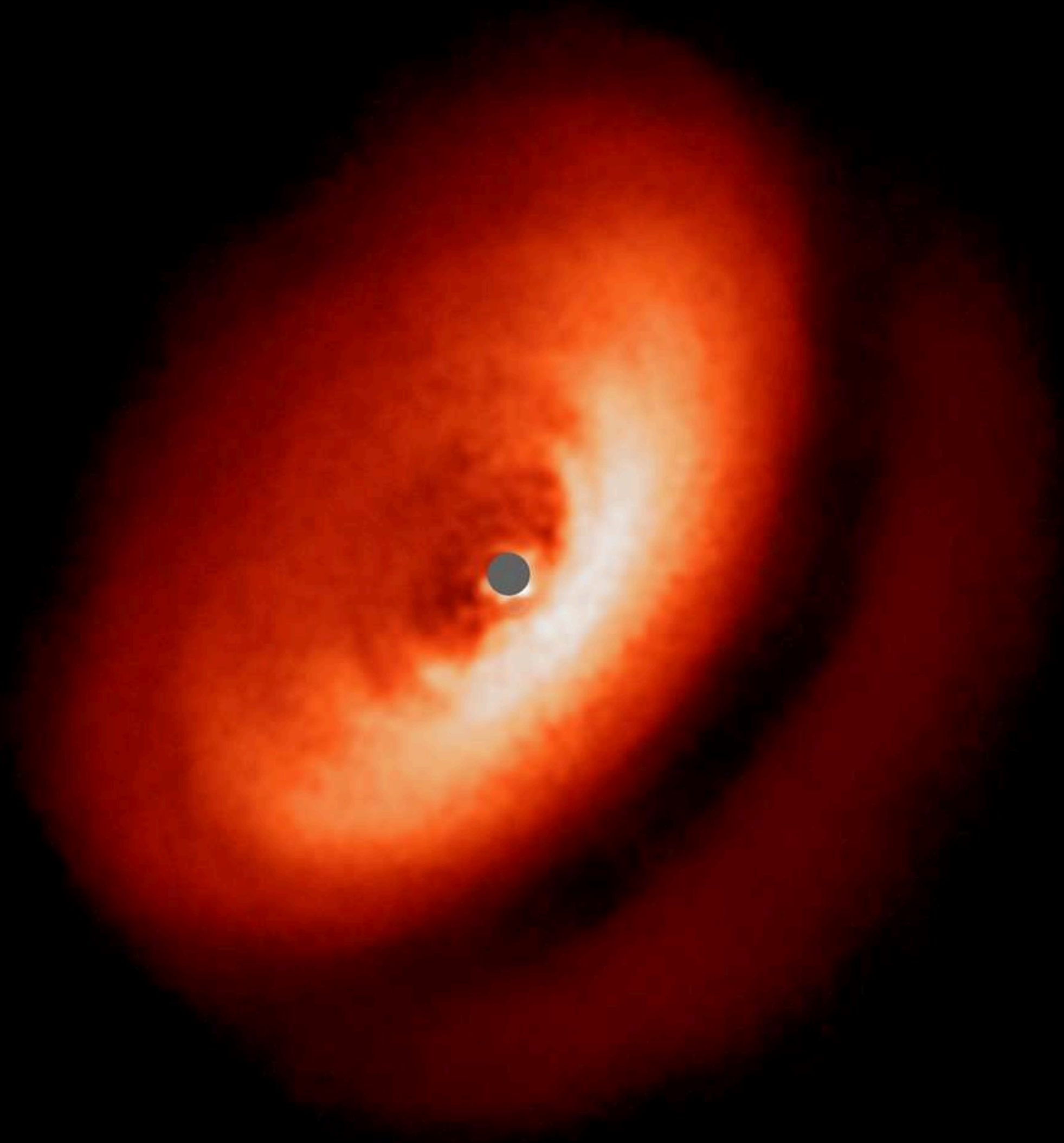


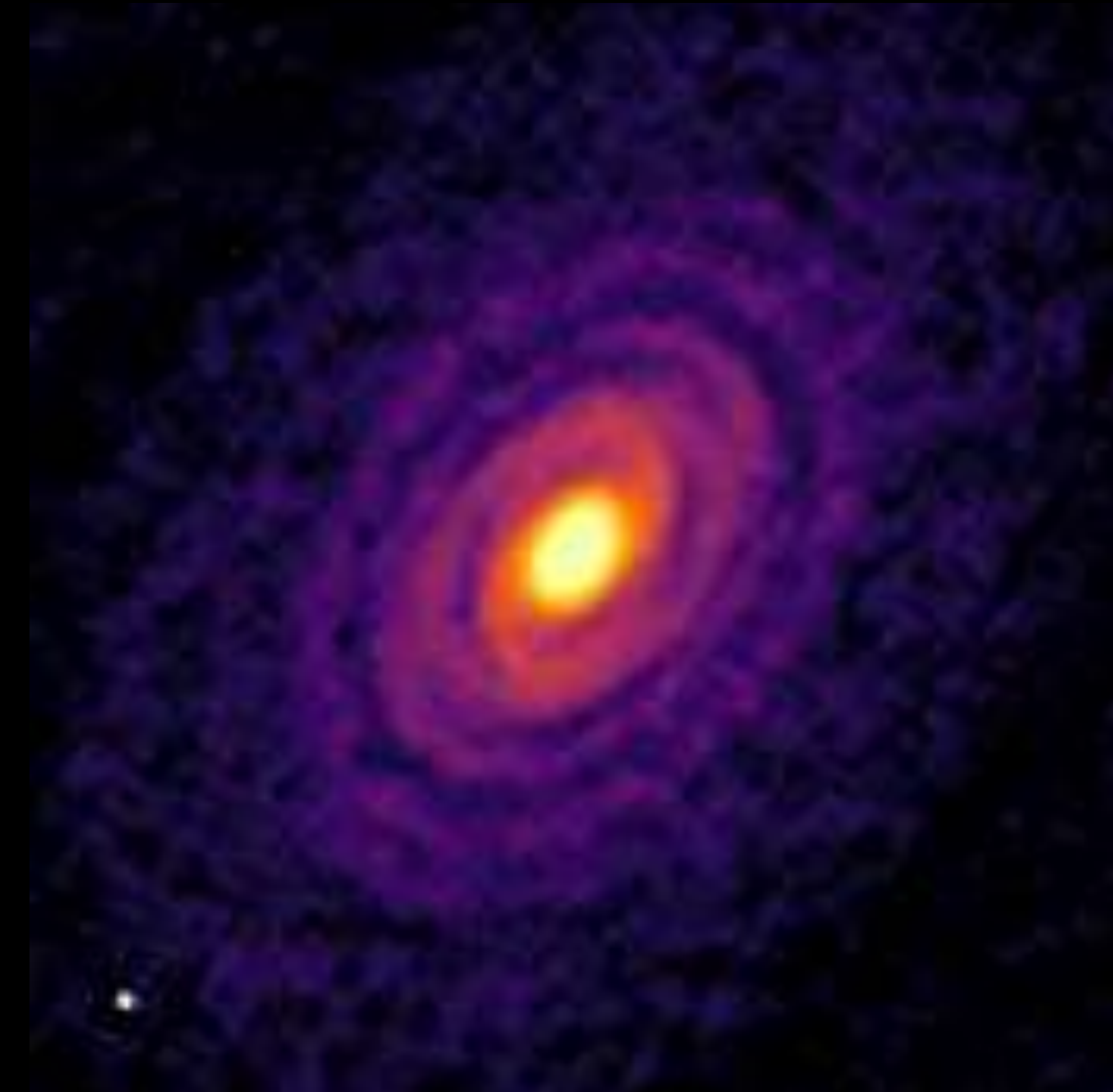
Fig. 2.— Cumulative disk mass distributions after *Tychoniec et al. (2018)* for different SFRs. Note: distributions do not reach unity because of the $\gtrsim 20\%$ of non-detections in the respective sample. Also, separating the disk and envelope contributions in Class 0/I sources is not trivial and may be a source of uncertainty.

See PPVII review by Miotello et al.

Luz reflejada (infrarojo)



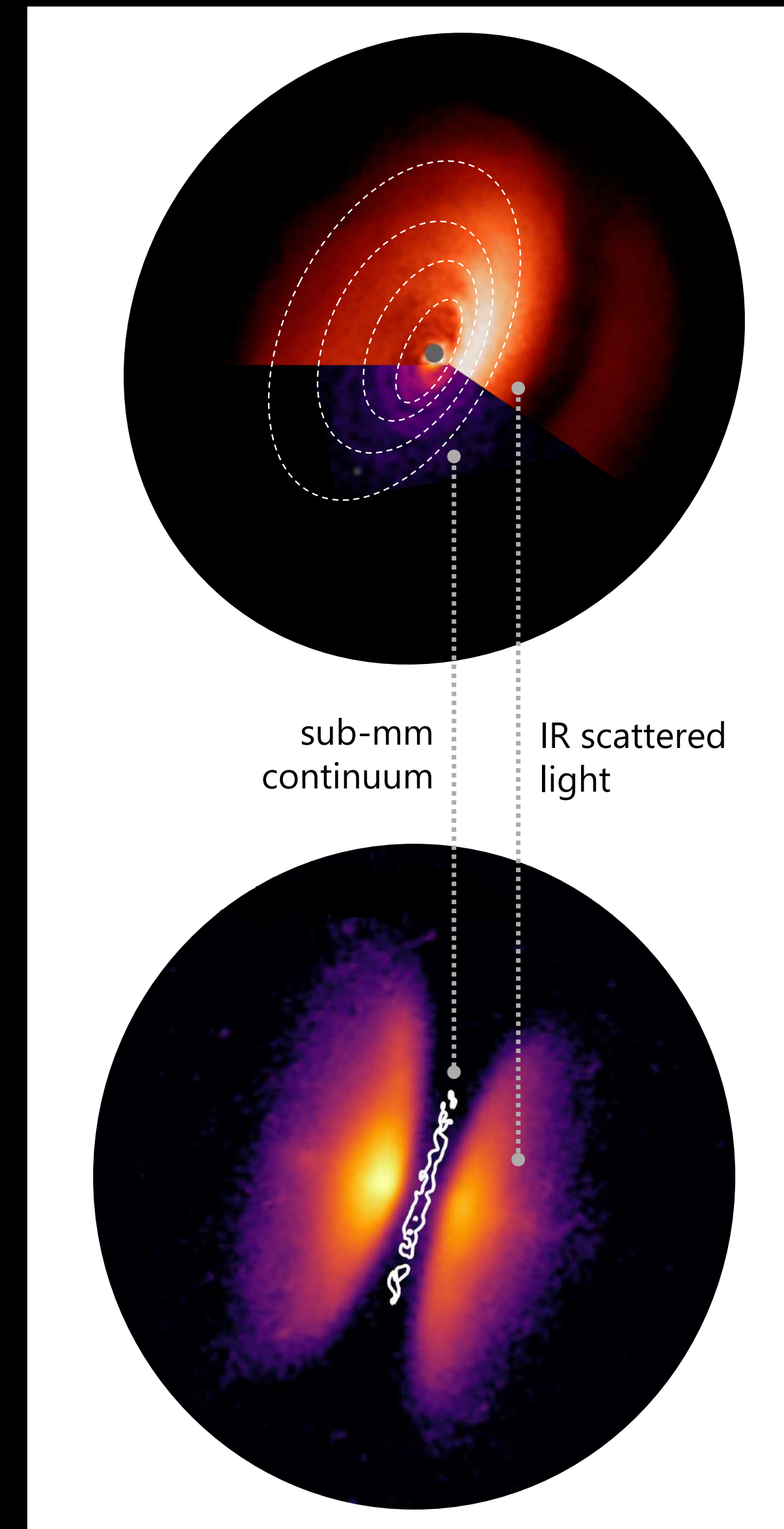
Luz termal de polvo (milimétrico)



Distintos trazadores (IR vs mm)

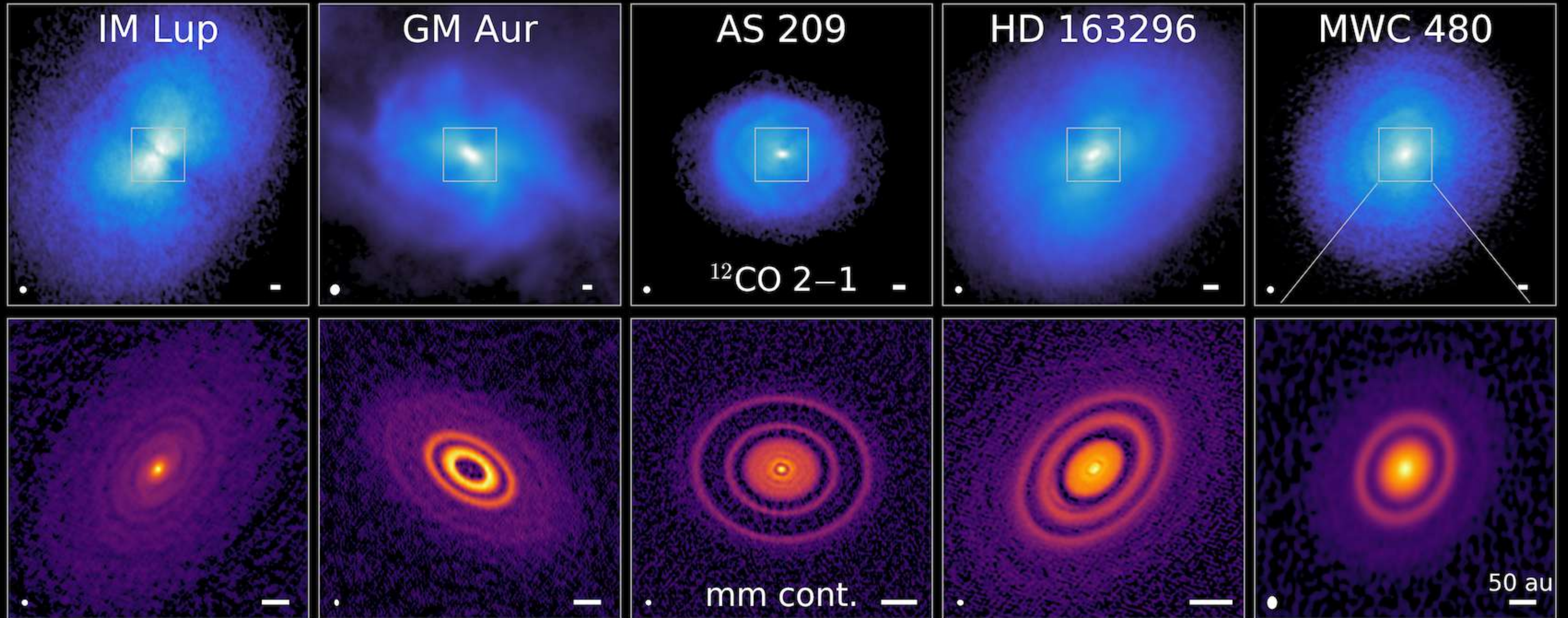
Qué nos dice de la fluido dinámica?

- Distintos trazadores nos dicen que el gas y el contenido sólido siguen distribuciones muy distintas.
- A medida que el polvo crece, la presión del gas se vuelve menos importante que la gravedad. El polvo “cae” al plano medio.
- Los discos parecieran ser altamente turbulentos, pero no es lo que nos dicen los diagnósticos.



See PPVII review by Miotello et al.

El gas es mucho más extendido que el polvo, y muestra menos estructuras.



<https://alma-maps.info/disks.html>

Top: ^{12}CO 2-1 integrated intensity images from MAPS. Bottom: Millimeter continuum images from DSHARP (IM Lup, AS 209, HD 163296), Huang et al. 2020 (GM Aur), and MAPS (MWC 480).

Evolución de la densidad superficial de un disco delgado (section 3.2, Armitage)

De las ecuaciones de Navier-Stokes (**continuidad** y conservación de **momentum angular**) se puede derivar la evolución y estructura del disco.

Conservación de **masa** $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0$ $\xrightarrow[\text{en } z]{\text{integrando}}$ $r \frac{\partial \Sigma}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r} (r \Sigma v_r) = 0.$

Conservación de **momentum angular** $r \frac{\partial}{\partial t} (r^2 \Omega \Sigma) + \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \Omega \cdot r \Sigma v_r) = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial G}{\partial r},$

Torque de un anillo/anulo depende de la fuerza viscosa (viscosidad ν) y el brazo de palanca (r) $G = 2\pi r \cdot \nu \Sigma r \frac{d\Omega}{dr} \cdot r,$

Eliminamos v_r combinando ambas ecuaciones y asumimos que ω sigue las leyes de Kepler (velocidad angular va como r a la $-3/2$)

Solución: $\frac{\partial \Sigma}{\partial t} = \frac{3}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^{1/2} \frac{\partial}{\partial r} (\nu \Sigma r^{1/2}) \right].$ Tiene la forma de una **ecuación de difusión** para la densidad superficial !

Escala de tiempo viscoso $\tau_\nu \approx \frac{r^2}{\nu}$

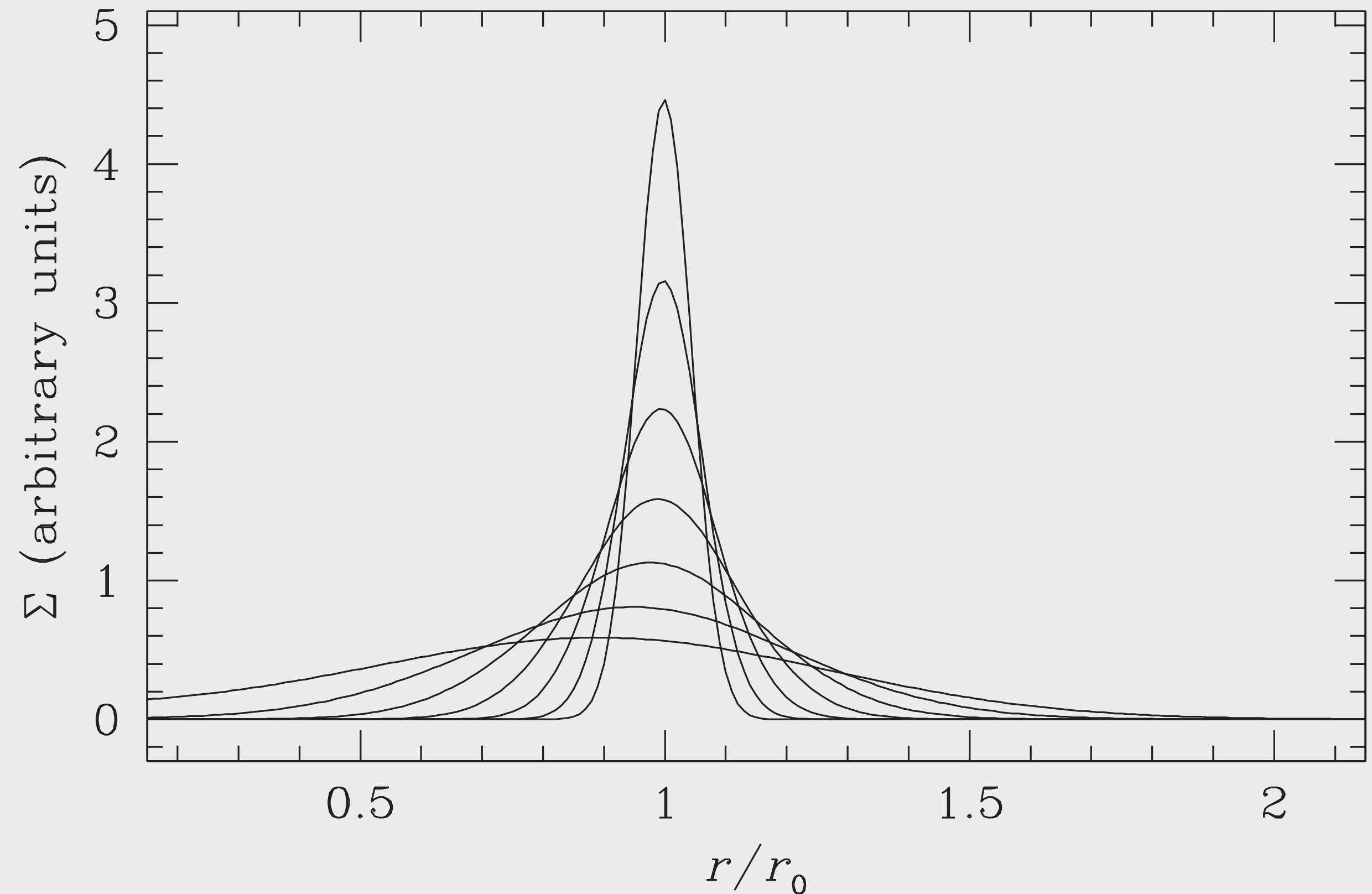
$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} = \frac{3}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^{1/2} \frac{\partial}{\partial r} (\nu \Sigma r^{1/2}) \right].$$

Steady state solution con la derivada en el tiempo = 0 $\dot{M} = -2\pi r \Sigma v_r$

$$\nu \Sigma = \frac{\dot{M}}{3\pi} \left(1 - \sqrt{\frac{R_*}{r}} \right).$$

Solución simple, con dependencia temporal, asumiendo que la evolución del **disco comienza de un anillo delgado** (delta de dirac)

$$\Sigma(r, t = 0) = \frac{m}{2\pi r_0} \delta(r - r_0),$$



Steady state solution con la derivada en el tiempo = 0 $\dot{M} = -2\pi r \Sigma v_r$

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} = \frac{3}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^{1/2} \frac{\partial}{\partial r} (\nu \Sigma r^{1/2}) \right].$$

$$\nu \Sigma = \frac{\dot{M}}{3\pi} \left(1 - \sqrt{\frac{R_*}{r}} \right).$$

Otra solución importante y útil es la llama “self-similar solution”, asumiendo:

$$\nu \propto r^\gamma$$

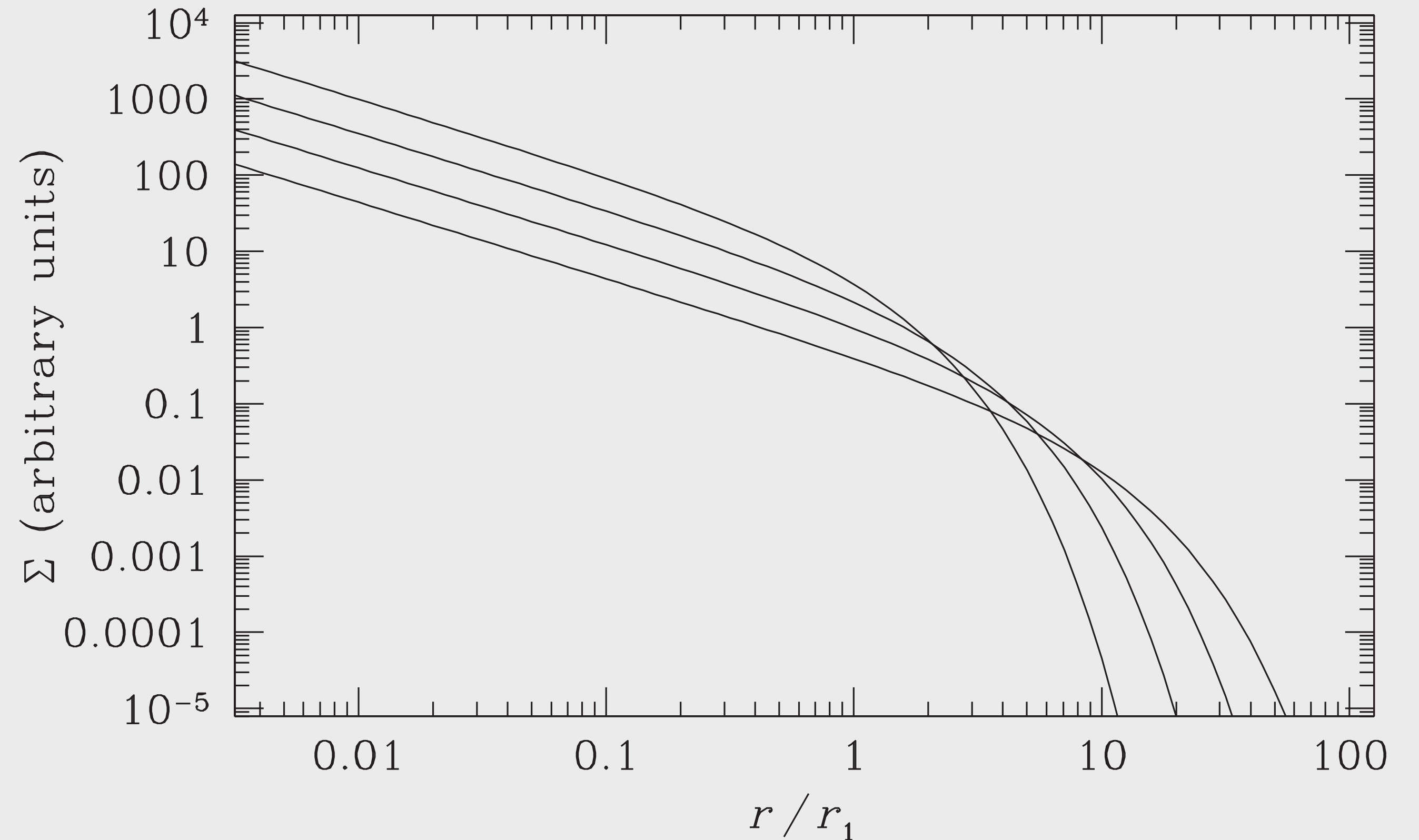
$$\Sigma(t = 0) = \frac{C}{3\pi \nu_1 \tilde{r}^\gamma} \exp[-\tilde{r}^{(2-\gamma)}],$$

Se obtiene:

$$\Sigma(\tilde{r}, T) = \frac{C}{3\pi \nu_1 \tilde{r}^\gamma} T^{-(5/2-\gamma)/(2-\gamma)} \exp\left[-\frac{\tilde{r}^{(2-\gamma)}}{T}\right],$$

$$T \equiv \frac{t}{t_s} + 1,$$

$$t_s \equiv \frac{1}{3(2-\gamma)^2} \frac{r_1^2}{\nu_1}.$$



Evolución de la densidad superficial de un disco delgado (section 3.2, Armitage)

De las ecuaciones de Navier-Stokes (**continuidad** y conservación de **momentum angular**) se puede derivar la evolución y estructura del disco.

Conservación de **masa** $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0$ $\xrightarrow{\text{integrando en } z}$ $r \frac{\partial \Sigma}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r} (r \Sigma v_r) = 0.$

Conservación de **momentum angular** $r \frac{\partial}{\partial t} (r^2 \Omega \Sigma) + \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \Omega \cdot r \Sigma v_r) = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial G}{\partial r},$

Torque de un anillo/anulo depende de la fuerza viscosa (viscosidad ν) y el brazo de palanca (r) $G = 2\pi r \cdot \nu \Sigma r \frac{d\Omega}{dr} \cdot r,$

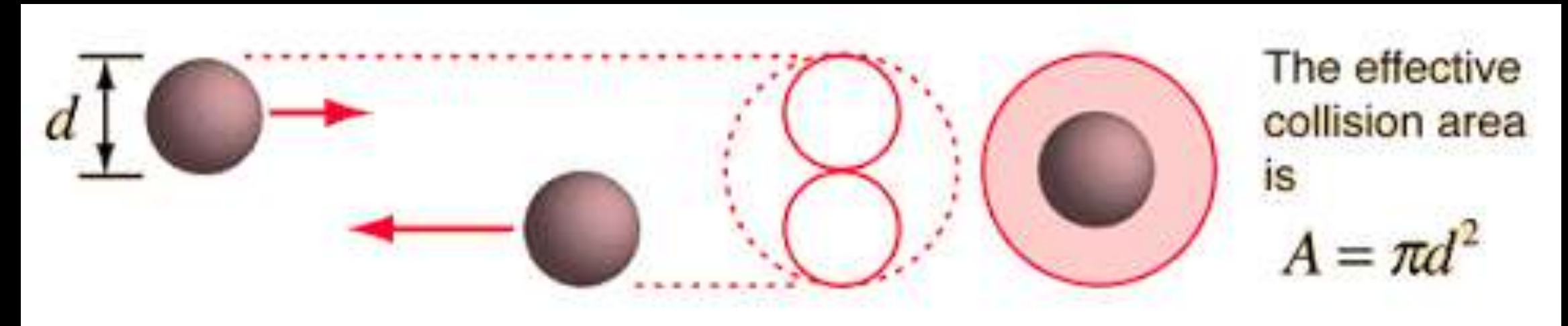
Eliminamos v_r combinando ambas ecuaciones y asumimos que Ω sigue las leyes de Kepler (velocidad angular va como r a la $-3/2$)

Solución: $\frac{\partial \Sigma}{\partial t} = \frac{3}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^{1/2} \frac{\partial}{\partial r} (\nu \Sigma r^{1/2}) \right].$ Tiene la forma de una **ecuación de difusión** para la densidad superficial !

Escala de tiempo viscoso $\tau_\nu \approx \frac{r^2}{\nu}$

Viscosidad

- Viscosidad = resistencia de un fluido al movimiento
- En fluidos “normales” ν es llamada “viscosidad molecular o cinética”
- Depende del camino libre medio λ y tiene que ver con cómo las moléculas intercambian momentum (colisiones!)
- La frecuencia entre colisiones depende de la densidad y λ



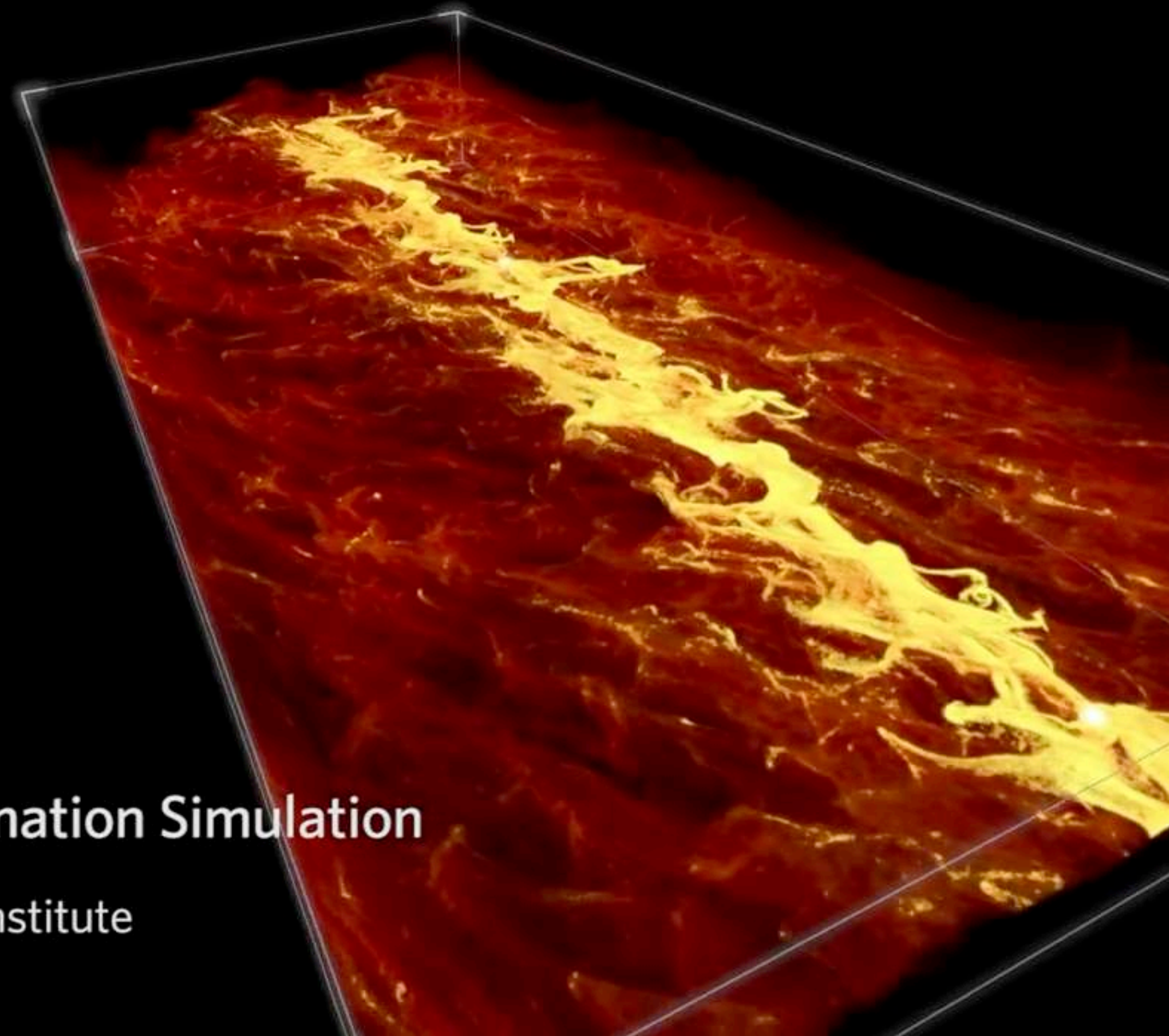
Viscosidad en discos

- ν es demasiado pequeña en discos de acreción
- Número de Reynolds, caracteriza el fluido en diferentes situaciones

$$\text{Re} = \frac{uL}{\nu} \sim 10^{10}$$

- Re grandes implica fluido altamente turbulento y de baja viscosidad.

Planetesimal Formation Simulation
Jacob B. Simon
Southwest Research Institute



An important problem that needs solution: angular-momentum redistribution.

Alpha-disk model of accretion. Shakura and Sunyaev [1973]
see also Lynden-Bell & Pringle 1974.

(magnetorotational instability MRI, Balbus and Hawley 1991)

$$\nu = \alpha c_s H$$

$$\alpha = \frac{WT}{P} \approx 1$$

Estudiar el paper de Shakura & Sunyaev (1973)